

Instrucciones: La prueba consta de dos **opciones A y B** de las cuales el alumno deberá elegir una. Cada opción consta de 5 ejercicios. En el caso de realizar ejercicios de opciones diferentes, se considerará como elegida la correspondiente al primer ejercicio presentado por el alumno. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

OPCIÓN A

1. Dadas las siguientes matrices A e I , pruebe que la inversa de A es $A^{-1} = A^2 - 3A + 3I$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2 \text{ puntos})$$

2. Sean las rectas $r : \begin{cases} x = 1 + y \\ z = 1 \end{cases}$ y $s : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 0 \\ z = \lambda \end{cases}$

- (a) Estudie si las trayectorias de las rectas se cortan, se cruzan o coinciden. **(1 punto)**
(b) Halle dos vectores directores de r y s . Calcule el área del triángulo que forman. **(1 punto)**

3. Sea la función $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x < 0, \\ e^x & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$

- (a) Estudie la continuidad y derivabilidad de $f(x)$. **(1,5 puntos)**
(b) Estudie si existe un extremo relativo de $f(x)$ en $x = 0$. **(0,5 puntos)**

4. Dadas las funciones $f(x) = x^2 - 2$ y $g(x) = x$.

- (a) Represente la región plana encerrada por $f(x)$ y $g(x)$. **(0,5 puntos)**
(b) Calcule el área de la región anterior. **(1,5 puntos)**

5. Un persona utiliza Whatsapp un 70% y Telegram un 30%. El 80% de los Whatsapp son de amigos y el 20% de trabajo, mientras que de Telegram, el 80% son de trabajo y 20% de amigos.

- (a) Calcule la probabilidad de recibir un mensaje de trabajo. **(1 punto)**
(b) Si el usuario recibe un mensaje de trabajo, calcule la probabilidad de que sea a través del Whatsapp. **(1 punto)**

Instrucciones: La prueba consta de dos opciones **A** y **B**, de las cuales el alumno deberá elegir una. Cada opción consta de 5 ejercicios. En el caso de realizar ejercicios de opciones diferentes, se considerará como elegida la correspondiente al primer ejercicio presentado por el alumno. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

OPCIÓN B

1. Discuta, en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$, el sistema lineal de ecuaciones: (2 puntos)

$$\begin{aligned} 2x + y - az &= 2 \\ x + y &= a + 1 \\ (a + 1)x + y - z &= 2 \end{aligned}$$

2. Sean r la recta que pasa por los puntos $A = (0, 0, -1)$ y $B = (0, -2, -1)$, y s la recta que pasa por los puntos $C = (-1, 2, 0)$ y $D = (1, 0, -1)$.

- (a) Calcule el plano Π que contiene a s y es paralelo a r . (1 punto)
(b) Calcule la distancia entre las rectas r y s . (1 punto)

3. Sea la función

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}.$$

- (a) Estudie las asíntotas, la monotonía (crecimiento y decrecimiento) y los extremos relativos (máximos y mínimos) de $f(x)$. (1,5 puntos)
(b) Represente la gráfica de $f(x)$ utilizando el apartado anterior. (0,5 puntos)

4. Calcule una primitiva $F(x)$ de la función (2 puntos)

$$f(x) = \frac{x - 3}{x^2 - 1}.$$

5. Se estima que el 40 % de los alumnos que comienzan un grado de ingeniería acaban obteniendo el grado. Si se elige al azar a 5 alumnos que comenzaron una ingeniería, calcule:

- (a) la probabilidad de que los 5 alumnos obtengan el grado de ingeniero. (0,75 puntos)
(b) la probabilidad de que como máximo 2 obtengan el grado de ingeniero. (0,75 puntos)
(c) la media y la desviación típica de la distribución. (0,5 puntos)